

7. AMELIORAREA DINAMICII MASINILOR - UNELTE CU SISTEME DE CONTROL FUZZY ADAPTIVE

7.1. INTRODUCERE

In general, controlul adaptiv ajusteaza in timp real unii parametri variabili ai procesului de aschiere cu scopul de a maximiza performantele masinii.

Prezentam un sistem de control fuzzy adaptiv pentru procesele de aschiere, adecvat pentru diferite conditii de prelucrare. Aplicarea controlului adaptiv la procesul de aschiere (prin varierea avansului), permite mentinerea unei forte constante de aschiere cand conditiile de lucru sufera modificari semnificative. Performantele sistemelor conventionale de control pentru procesele de aschiere propuse pana in prezent [1,4] sunt limitate in cazul variatiilor semnificative ale conditiilor de lucru.

Controlerele fuzzy adaptive au performante mai bune decat controlerele conventionale, dupa cum demonstreaza rezultatele experimentale [3].

Sistemele de control in bucla inchisa (la care marimea de comanda depinde de iesirea sistemului fizic) au structura generala din figura 7.1.

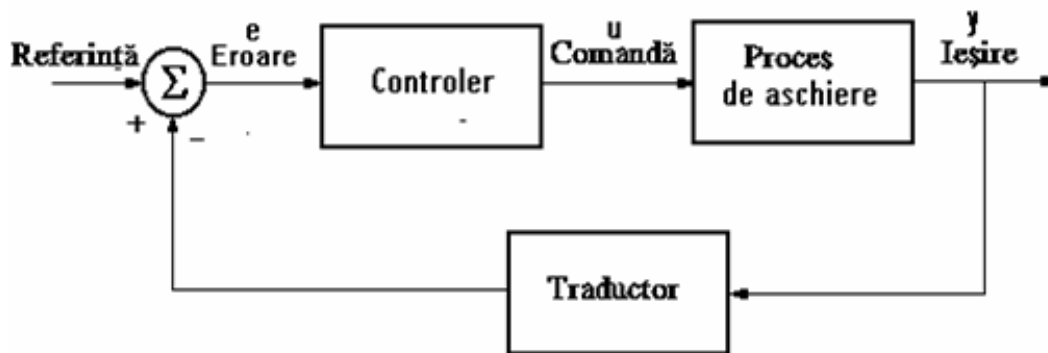


Fig. 7.1

Figura 7.2 ilustreaza tipurile de comenzi dorite cand iesirea din proces este in diferite zone vecine cu punctul de functionare stabila y_s .

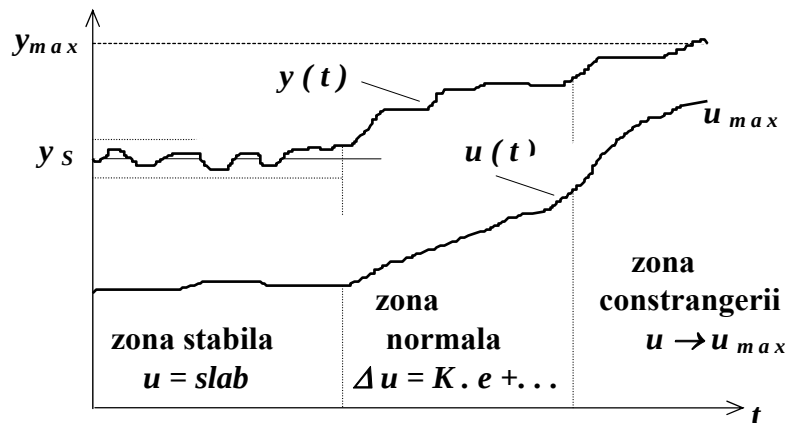


Fig. 7.2

Controlerul trebuie sa indeplineasca urmatoarele trei obiective:

- sa elimine orice eroare semnificativa a iesirii y a procesului, printr-o ajustare corespunzatoare a comenzii u ;
- sa previna depasirea de catre iesirea y a unei valori maxime impuse y_{max} , adica pentru orice k , $y(k) \leq y_{max}$;
- sa produca comenzi slabe in vecinatatea punctului de functionare stabila y_s , adica fluctuatiile minore ale iesirii din proces sa nu se transmita spre comanda.

Un regulator (controler) PI conventional nu poate indeplini cele trei obiective, dar un operator cu experienta le indeplineste cu usurinta.

Regulatorul PI (legea de reglare proportional-integrala) este descris de ecuatie:

$$u(t) = K_P \cdot e(t) + K_I \cdot \int e(t) dt \quad (7.1)$$

Daca derivam aceasta relatie, se obtine: $\dot{u} = K_P \cdot \dot{e} + K_I \cdot e$. (7.2)

Versiunea discreta a acestei ecuatiei se scrie: $\Delta u(k) = K_P \cdot \Delta e(k) + K_I \cdot e(k)$, (7.3)

in care : - $\Delta u(k)$ este variatia comenzii: $\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$; (7.4)

- $e(k)$ este eroarea: $e(k) = y_S - y(k)$; (7.5)

- $\Delta e(k)$ este variatia erorii: $\Delta e(k) = e(k) - e(k-1) = y(k-1) - y(k)$; (7.6)

- k este esantionul k de timp.

Sarcinile controlerului, enumerate mai sus, pretind coeficienti variabili in relatia (7.1). Deducem ca un controler PI conventional este incapabil sa satisfaca toate obiectivele, dar ar putea fi implementat cu ajutorul rationamentului interpolativ si aproximativ (fuzzy).

Controlerele fuzzy folosesc o **baza de cunostinte** constand din *reguli if-then* de tipul:

$$\text{if (starea procesului) then (comanda),} \quad (7.7)$$

in locul expresiei analitice (7.1).

Partea "starea procesului" din relatia (7.7) este numita *antecedent* (premize) si consta dintr-o descriere a iesirii din proces la esantionul k de timp. Descrierea se face prin valori particulare ale erorii, variatiei erorii si constrangerilor.

Partea "comanda" din (7.7) este numita *consecvent* (concluzia) si consta dintr-o descriere a comenzii care trebuie sa fie produsa pentru a rezulta iesirea particulara din proces data de antecedent. Descrierea se face prin valori ale **variatiilor** comenzii.

Aceasta forma de reprezentare exprima cunostinte euristice si empirice folosite in limbajul de comunicare natural.

Relatiile fuzzy de tipul (7.7) pot fi vazute ca o generalizare a sistemelor deterministe discrete de tipul (7.3), in sensul ca ultimele se obtin din primele prin inlocuirea marimilor fuzzy cu marimi deterministe (numere reale). Un sistem lingvistic (fuzzy) nu este compatibil cu sistemele tehnice (deterministe) existente, fiind incapabil sa primeasca semnale uzuale sau sa genereze comenzi acceptate de sistemele de actionare. Este deci necesara gasirea unei modalitati de cuplare a sistemelor fuzzy cu cele deterministe prin interefete numeric/simbolic (prin functii de fuzzificare a marimilor de intrare) si simbolic/numeric (prin functii de defuzzificare a marimilor de iesire). Aceste operatii nu schimba nici natura starilor sistemului fuzzy, nici natura regulilor de baza care leaga marimile de intrare de cele de iesire.

Uzual, regula (7.7) este *compusa* si anume de tipul "cu antecedent multiplu conjunctiv", adica:

$$\text{daca } x \text{ este } \underline{A}^1 \text{ si } \underline{A}^2 \text{ si } \dots \text{ si } \underline{A}^L \text{ atunci } y \text{ este } \underline{B}^S. \quad (7.8)$$

Presupunând o noua multime fuzzy $\underline{A}^S = \underline{A}^1 \cap \underline{A}^2 \cap \dots \cap \underline{A}^L$, exprimata prin functia de

apartenenta: $\mu_{\underline{A}^S}(x) = \min [\mu_{\underline{A}^1}(x), \mu_{\underline{A}^2}(x), \dots, \mu_{\underline{A}^L}(x)]$, (7.9)

utilizând definitia *intersectiei fuzzy* (Cap. 4), regula compusa initiala poate fi rescrisa:

$$\text{daca } x \text{ este } \underline{A}^S \text{ atunci } y \text{ este } \underline{B}^S. \quad (7.10)$$

Datele de intrare, regulile, comanda (sau actiunea) sunt - in general - multimi fuzzy exprimate sub forma unor functii de apartenenta definite pe universul corespunzator fiecărei marimi. Metoda utilizata pentru evaluarea regulilor este cunoscuta sub numele de *rationament aproximativ* sau *rationament interpolativ* fiind in mod uzual realizata prin compunerea de relatii fuzzy aplicate unei ecuatiei relationale fuzzy.

Nivelele de abstractizare din controlerul fuzzy si din controlerul conventional sunt complet diferite:

a)- Relatia analitica a unui controler conventional este doar o legatura intre variabilele Δu , Δe si e , fara a ne informa asupra scopurilor pe care aceasta relatie le serveste. In contrast, *regula if-then* utilizata de un controler fuzzy prezinta relatia dintre cele trei variabile, explicand directionalitatea ei, adica de la E si ΔE spre ΔU . Aceasta cauzalitate defineste scopul relatiei dintre aceste variabile, anume calcularea valorii lui Δu .

b)- Alta diferenta dintre nivelele de abstractizare ale celor doua controlere consta in reprezentarea valorilor pe care le pot lua cele trei variabile. Intr-o *regula if - then* variabilele au expresii verbale, apartinand unei multimi de valori lingvistice L , compusa din 8 multimi fuzzy:

$$L = \{ NB, NM, NS, NZ, PZ, PS, PM, PB \} \quad (7.11)$$

unde P, N, Z, S, M , si B corespund - respectiv - lui: *pozitiv, negativ, zero, mic (small), mediu si mare (big)*.

c)- Se observa ca in cazul unui controler fuzzy valorile lui E si ΔE exprima explicit o relatie intre **doua** valori consecutive ale iesirii din proces, adica - de exemplu - o eroare $E = NS$ inseamna ca diferenta $y_S - y(k)$ este mica si $y(k) > y_S$, iar daca variatia erorii $\Delta E = PB$ inseamna ca $y(k-1) - y(k)$ este mare si $y(k) < y(k-1)$; deducem ca: $y_S < y(k) < y(k-1)$.

Aceste informatii nu se pot obtine de la un controler conventional, care lucreaza cu valori numerice.

7.2. VARIABLE LINGVISTICE

O **variabila lingvistica** este reprezentata in rationamentul aproximativ de cadrul urmatoar:

$$\langle X, LX, X, M_X \rangle, \quad (7.12)$$

unde:

- X este numele simbolic al variabilei lingvistice, de ex. *varsta, temperatura, eroare, variatia erorii, etc.*

- LX este multimea *valorilor lingvistice* pe care X le poate lua. In cazul *erorii*, LX uzual este multimea din (1) sau o submultime a ei. LX este numita si *multimea termenilor* lui X .

- X este domeniul fizic real in care variabila lingvistica X ia valori (determinate). In cazul variabilei lingvistice *temperatura*, acesta poate fi intervalul $[-20^\circ \text{C}, 40^\circ \text{C}]$. In cazul *erorii* si *variatiei erorii*, desi exista un domeniu fizic real, se utilizeaza un "domeniu normalizat" $[-6, 6]$, ca in figura 7.3. X poate fi discret sau continuu.

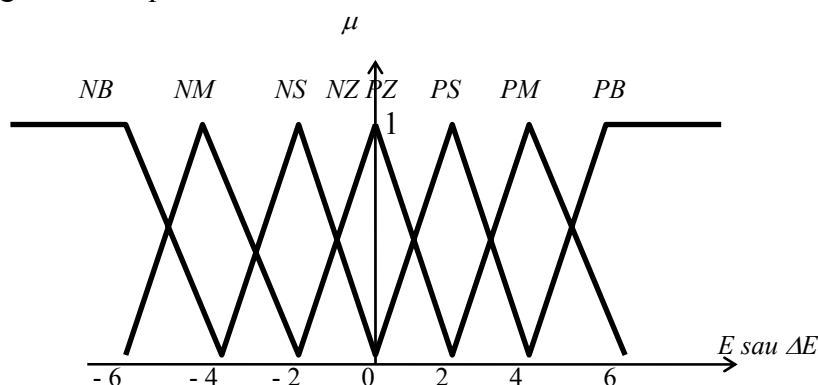


Fig. 7.3

- M_X este o functie semantica care da o interpretare valorii lingvistice in functie de elementele cantitative din X , adica $M_X : LX \rightarrow \tilde{L}\tilde{X}$, (7.13)

unde $\tilde{L}\tilde{X}$ este denumirea multimii fuzzy definita pe X , adica (7.10):

$$\begin{aligned} \tilde{L}\tilde{X} &= \sum_X \mu_{LX}(x) / x \text{ in cazul ca } X \text{ este discret} \\ \tilde{L}\tilde{X} &= \int_X \mu_{LX}(x) / x \text{ in cazul ca } X \text{ este continuu} \end{aligned} \quad (7.14)$$

Cu alte cuvinte, M_X este o functie care are ca argument un simbol, de exemplu *small* si furnizeaza "semnificatia" adica *simbolul - small* ca o multime fuzzy. In locul lui $\tilde{L}\tilde{X}$ se poate utiliza μ_{LX} , adica functia de apartenenta, fara un argument.

De exemplu, consideram variabila lingvistica E desemnând *eroarea*. Cadrul lui E este $\langle E, LE, \mathbf{E}, M_E \rangle$, unde LE este data de relatia (7.11), $E = [-6, 6]$ si $M_E : LE \rightarrow \tilde{L}\tilde{E}$. Acest cadru

este arătat în figura 7.3. Deci, $\tilde{N}\tilde{B} = \tilde{L}\tilde{E}_1 = \int_{-6}^6 L(x; -6, -4) / x$, (7.15)

unde funcția $L : U \rightarrow [0, 1]$ este o funcție cu doi parametri, definită astfel (fig. 7.4):

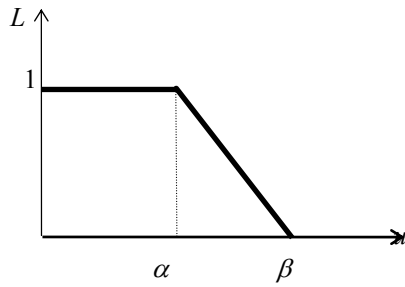


Fig. 7.4. Funcția L

$$L(u; \alpha, \beta) = \begin{cases} 1, & u < \alpha \\ (u - \beta) / (\alpha - \beta), & \alpha \leq u \leq \beta \\ 0, & u > \beta \end{cases} \quad (7.16)$$

$$\tilde{N}\tilde{M} = \tilde{L}\tilde{E}_2 = \int_{-6}^6 \Lambda(x; -6, -4, -2) / x, \quad (7.17)$$

în care funcția triunghi $\Lambda : U \rightarrow [0, 1]$ este o funcție cu trei parametri, definită astfel (fig. 7.5):

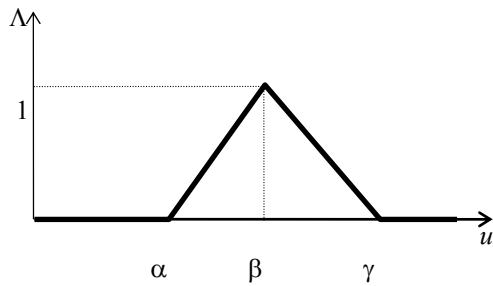


Fig. 7.5. Funcția Λ

$$\Lambda(u; \alpha, \beta, \gamma) = \begin{cases} 0, & u < \alpha \\ (u - \alpha) / (\beta - \alpha), & \alpha \leq u \leq \beta \\ (u - \gamma) / (\beta - \gamma), & \beta \leq u \leq \gamma \\ 0, & u > \gamma \end{cases} \quad (7.18)$$

$$\tilde{N}\tilde{S} = \tilde{L}\tilde{E}_3 = \int_{-6}^6 \Lambda(x; -4, -2, 0) / x, \quad (7.19)$$

$$\tilde{P}\tilde{B} = \tilde{L}\tilde{E}_7 = \int_{-6}^6 \Gamma(x; 4, 6) / x,$$

unde funcția $\Gamma : U \rightarrow [0, 1]$ este o funcție cu doi parametri definită astfel (fig. 7.6):

$$\Gamma(u; \alpha, \beta) = \begin{cases} 0, & u < \alpha \\ (u - \alpha) / (\beta - \alpha), & \alpha \leq u \leq \beta \\ 0, & u > \beta \end{cases} \quad (7.20)$$

7.3. CONTROLERE FUZZY

Controlerele fuzzy au diagrama bloc din figura 7.7, care detaliaza figura 7.1 și în care modulul "baza de cunoștințe" conține cunoștințe relativ la toate partițiile fuzzy ale intrărilor și ieșirilor.

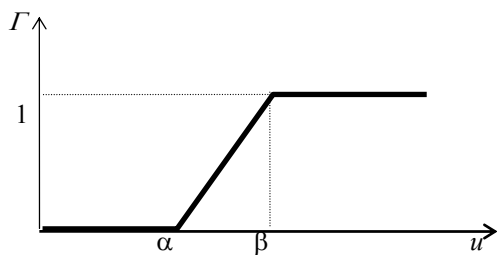


Fig. 7.6. Funcția Γ

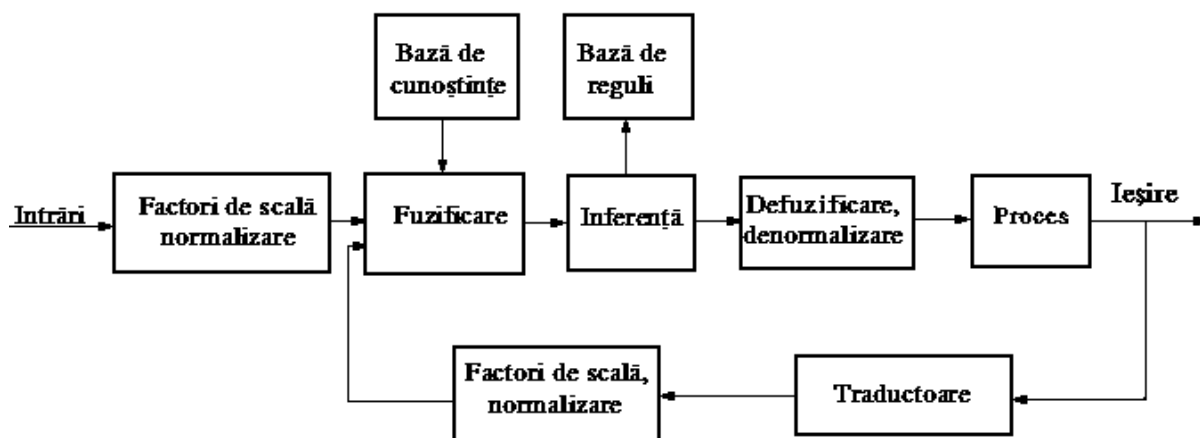


Fig. 7.7

Principalele elemente de proiectare specifice unui sistem de control fuzzy sunt următoarele:

1. Strategii de fuzzificare și de interpretare a operatorilor de fuzzificare;
2. Baza de cunoștințe: a) discretizarea/normalizarea universului de discurs; b) obținerea partițiilor fuzzy pentru spațiile de intrare-iesire; c) alegerea funcțiilor de apartenență pentru multimile fuzzy primare;
3. Baza de reguli: a) alegerea variabilelor de stare (intrare) și variabilelor de control (iesire) ale procesului; b) determinarea surselor de cunoștințe necesare realizării regulilor de control fuzzy; c) determinarea tipului regulilor de control fuzzy.
4. Definirea elementelor logice necesare în luarea deciziei: a) definirea implicației fuzzy; b) realizarea mecanismului de inferență (rationament).
5. Alegerea metodelor de defuzzificare și interpretarea rezultatelor.

În cazul unui controler fuzzy simplu metodologia utilizată și rezultatele celor 5 etape menționate mai sus sunt fixate, în timp ce într-un controler fuzzy *adaptiv* acestea sunt modificate în conformitate cu anumite legi adaptive, în scopul optimizării controlerului.

Adaptabilitatea controlului se realizează aici prin acumularea măsurătorilor experimentale și generarea unor ameliorări în *regulile de control*.

Baza de reguli a unui controler fuzzy conține un grup de reguli care sunt permanent active. O regulă are forma, de exemplu: dacă e este PB și Δe este PB , atunci Δu este PS , care este exprimarea simbolică a următoarei relații cauzale formulată în limbajul natural:

“dacă eroarea curentă este pozitivă și mare și variația -erorii este pozitivă și mare, atunci se impune o creștere mică a valorii ieșirii din controler”.

Aceste reguli au semnificațiile:

- Dacă valoarea lingvistică a lui e are semn negativ, înseamnă că ieșirea din proces y are o valoare deasupra punctului de funcționare y_S , pentru că $e(k) = y_S - y(k) < 0$. Reciproc, dacă valoarea lingvistică a lui e are semn pozitiv, deducem că valoarea curentă a lui y este sub punctul de funcționare.
- Dacă valoarea lingvistică a lui Δe are semn negativ, înseamnă că ieșirea din proces $y(k)$ a crescut față de precedentă valoare $y(k-1)$, pentru că $\Delta e(k) = y(k-1) - y(k) < 0$.

- O valoare lingvistică de “zero” pentru e înseamnă că ieșirea din proces este la punctul de funcționare. “Zero” pentru Δe înseamnă că ieșirea din proces nu s-a modificat față de valoarea precedentă, adică $y(k-1) - y(k) = 0$.

- O valoare lingvistică a lui $\Delta u(k)$ având semn pozitiv înseamnă că ieșirea din controler $u(k-1)$ trebuie să crească pentru a rezulta valoarea ieșirii din controler la momentul de timp k , deoarece $u(k) = u(k-1) + \Delta u(k)$. Mărimea lui $\Delta u(k)$ este mărimea creșterii (sau scăderii – pentru $\Delta u(k) < 0$) valorii lui $u(k-1)$.

De acum vom distinge simbolurile reprezentând valorile lingvistice de interpretarea lor (data de o mulțime fuzzy). Multimile fuzzy se vor nota cu “~”, pus sus sau jos.

Considerăm că mulțimea termenilor lui e , Δe și Δu au fost alese toate egale în mărime și continuând aceleși expresii pentru valorile lingvistice, adică, $LE = L\Delta E = L\Delta U = \{NB, NM, NS, Z, PS, PM, PB\}$. În tabelul 7.1 prezentăm baza de reguli a unui controler de tip PI.

Tabelul 7.1

		Δe						
		NB	NM	NS	Z	PS	PM	PB
E	NB	NB	NB	NB	NB	NM	NS	Z
	NM	NB	NB	NB	NM	NS	Z	PS
	NS	NB	NB	NM	NS	Z	PS	PM
	Z	NB	NM	NS	Z	PS	PM	PB
	PS	NM	NS	Z	PS	PM	PB	PB
	PM	NS	Z	PS	PM	PB	PB	PB
	PB	Z	PS	PM	PB	PB	PB	PB

În acest tabel, casuta din rândul al doilea și prima coloană, de exemplu, definește regula: dacă valoarea lui $e(k)$ este NM și valoarea lui $\Delta e(k)$ este NB, atunci valoarea lui $\Delta u(k)$ este NB.

Mulțimea regulilor se poate împărți în următoarele cinci grupe:

- Grupa 0: în acest grup, ambele E și ΔE sunt (pozitive sau negative) mici sau nule. Aceasta înseamnă că valoarea curentă a ieșirii din proces y a deviat de la punctul de funcționare, dar este aproape de el. Variația $\Delta u(k)$, adăugată precedentei ieșiri din controler $u(k-1)$ se indică să fie mică sau zero, pentru a corecta micile deviații de la punctul de funcționare.

- Grupa 1: în acest grup E este negativ mare sau mediu ceea ce arată că $y(k)$ este mult mai sus decât punctul de funcționare. Concomitent, cum ΔE este pozitiv, deducem că y se mișcă spre punctul de funcționare. Variația $\Delta u(k)$ impusă de acest grup pentru $u(k-1)$ accelerează sau încetinește apropierea de punctul de funcționare. De exemplu, dacă $y(k)$ este mult mai sus de punctul de funcționare ($e(k)$ este NB) și se mișcă spre acest punct cu un pas mic ($\Delta e(k)$ este PS) atunci mărimea pasului trebuie să fie sensibil crescută ($\Delta u(k)$ este NM).

- Grupa 2: E este sau aproape de punctul de funcționare (PS, Z, NS) sau mult sub el (PM, PB) în același timp, ΔE fiind pozitiv, y se depărtează de punctul de funcționare. Ca urmare, o variație pozitivă $\Delta u(k)$, pentru $u(k-1)$ are rolul de a schimba acest trend și a face ca y , în loc să se depărteze, să înceapă să se miște spre punctul de funcționare.

- Grupa 3: E este PM sau PB, ceea ce înseamnă că $y(k)$ este mult sub punctul de funcționare. Variația $\Delta u(k)$ impusă de acest grup pentru $u(k-1)$ accelerează sau încetinește apropierea de punctul de funcționare. De exemplu, dacă $y(k)$ este mult sub punctul de funcționare ($e(k)$ este PB) și se mișcă spre acest punct cu un pas relativ mare ($\Delta e(k)$ este NM) atunci mărimea pasului trebuie să fie puțin crescută ($\Delta u(k)$ este PS).

- Grupa 4: E este sau aproape de punctul de funcționare (PS, Z, NS) sau mult mai sus (NM, NB). În același timp, ΔE fiind negativ, y se depărtează de punctul de funcționare. Ca urmare, o

variație negativă $\Delta u(k)$, pentru $u(k-1)$ are rolul de a schimba acest trend și a face ca y , în loc să se depărteze, să înceapă să se miște spre punctul de funcționare.

Dacă se dorește o rezoluție mai bună în jurul punctului de funcționare, atunci se poate lărgi domeniul valorilor lingvistice, de ex.: PZ , NZ , PVS , NVS , unde V corespunde lui *foarte* (*very*). Trebuie subliniat că mărirea dimensiunii *mulțimii termenilor* duce la creșterea numărului de reguli.

Datele de intrare, regulile, comanda (sau acțiunea) sunt - în general - mulțimi fuzzy exprimate sub forma unor funcții de apartenență definite pe universul corespunzător fiecărei mărimi. Metoda utilizată pentru evaluarea regulilor este cunoscută sub numele de *raționament aproximativ*, fiind în mod uzual realizată prin compunerea de relații fuzzy aplicate unei ecuații relaționale fuzzy.

În figura 7.8 se prezintă un sistem de control fuzzy în buclă închisă.

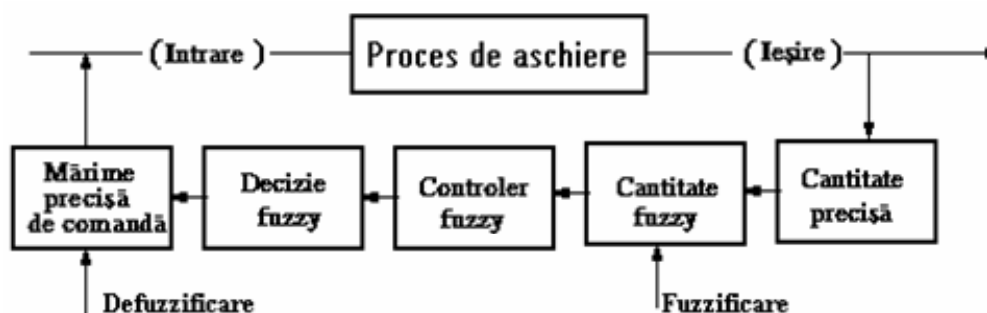


Fig. 7.8. Sistem de control fuzzy

Intrarea pentru procesul de aşchiere provine de la controler, iar procesul răspunde cu o ieșire care este o mărime măsurată. Mărimea de ieșire fiind o cantitate precisă, ea trebuie *fuzificată* într-o mulțime fuzzy care reprezintă intrarea pentru controler (ce înglobează în structura lui reguli lingvistice). Ieșirea controlerului fuzzy este o serie de alte mulțimi fuzzy.

Intrucât majoritatea sistemelor fizice nu pot interpreta comenzi (mulțimi) fuzzy, ieșirea controlerului fuzzy trebuie să fie transformată într-o cantitate crisp utilizând metode de *defuzzificare*. Aceste valori de ieșire și control crisp (defuzificate) devin valori de intrare pentru proces și întregul ciclu în buclă închisă se repetă.

7.4. FUZZIFICARE

Prin fuzzificarea unei mărimi de intrare (reale), se înțelege atribuirea valorilor funcțiilor de apartenență ale mărimii respective la una sau mai multe valori fuzzy prestabilite. Altfel spus, fuzzificarea este - prin definiție - procesul de transformare a unei mărimi crisp într-o cantitate fuzzy.

Exemplu - Mărimea măsurată este temperatura, iar gradele lingvistice sunt "mare" ($\tilde{M}$), "mediu" ($\tilde{M}_e$) și "mic" ($\tilde{m}$), cu funcțiile de apartenență (7.18) corespunzătoare (figura 7.9):

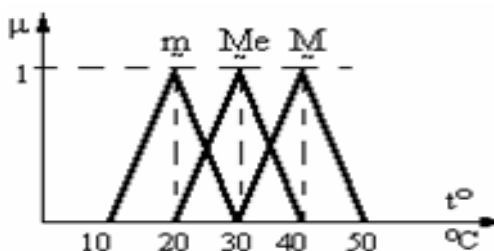


Fig. 7.9

$$\begin{aligned}\mu_m(t) &= \Lambda(t; 10, 20, 30); & \mu_{M_e}(t) &= \Lambda(t; 20, 30, 40); \\ \mu_M(t) &= \Lambda(t; 30, 40, 50).\end{aligned}$$

Dacă valoarea măsurată este $t_l = 25^\circ \text{C}$, atunci prin *fuzzificare* se obține:

$$\mu_m(25) = 0.5 ; \mu_{Me}(25) = 0.5 ; \mu_M(25) = 0 .$$

Deci, în mulțimea valorilor lingvistice pentru temperatura $L_t = \{m, Me, M\}$, valoarea crisp $t_1 = 25^\circ C$ va fi caracterizată de tripletul $t_1 = 25^\circ C \rightarrow T_1 = \{0.5; 0.5; 0\}$ în care - în ordinea din L_t - sunt precizate gradele de apartenență pentru valorile crisp ale termenilor lingvistici. Dacă valoarea măsurată este $t_2 = 32^\circ C$, atunci : $\mu_m(32) = 0$; $\mu_{Me}(32) = 0.8$; $\mu_M(32) = 0.2$ și

$$T_2 = \{ \mu_m(t_2), \mu_{Me}(t_2), \mu_M(t_2) \} = \{ 0; 0.8; 0.2 \}.$$

7.5. NORMALIZARE

Să presupunem că eroarea E este definită prin opt variabile lingvistice, etichetate $A_1, \dots, A_8$ care partiționează spațiul fizic al erorii $[-E_m, E_m]$ iar variația erorii ΔE este definită prin șapte variabile lingvistice $B_1, \dots, B_7$ care constituie o partiție a spațiului variației erorii $[-\Delta E_m, \Delta E_m]$. Vom normaliza aceste domenii în același interval $[-a, a]$ unde, de regulă $a = 6$, utilizând relațiile:

$$E_n = \left(\frac{a}{E_m} \right) \cdot E ; \quad \Delta E_n = \left(\frac{a}{\Delta E_m} \right) \cdot \Delta E . \quad (7.21)$$

Cele opt valori fuzzy $\tilde{A}_i$ ($i = 1, \dots, 8$) pentru eroare corespund valorilor lingvistice din relația (7.11). Pentru variația erorii ΔE corespund șapte valori lingvistice $\tilde{B}_j$ ($j = 1, \dots, 7$)

respectiv $PB, PM, PS, Z, NS, NM, NB$.

Funcția de apartenență pentru E este arătată în tabelul 7.2; analog se procedează cu ΔE .

Tabelul 7.2

$\begin{matrix} E \\ A_i \end{matrix}$	-6	-5	-4	-3	-2	-1	-0	+0	1	2	3	4	5	6
$A_1 (PB)$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.1	0.4	0.8	1
$A_2 (PM)$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.2	0.7	1	0.7	0.2
$A_3 (PS)$	0	0	0	0	0	0	0	0.3	0.8	1	0.5	0.1	0	0
$A_4 (PZ)$	0	0	0	0	0	0	0	1	0.6	0.1	0	0	0	0
$A_5 (NZ)$	0	0	0	0	0.1	0.6	1	0	0	0	0	0	0	0
$A_6 (NS)$	0	0	0.1	0.5	1	0.8	0.3	0	0	0	0	0	0	0
$A_7 (NM)$	0.2	0.7	1	0.7	0.2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$A_8 (NB)$	1	0.8	0.4	0.1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Variabila de ieșire fuzzy (cantitatea de control ΔU) are asociate șapte valori fuzzy în universul de discurs $\Delta U = \{-7, -6, \dots, 7\}$. Variabila de control va fi descrisă prin cantitățile de control $\tilde{C}_k$ (k

$= 1, \dots, 7$) care partiționează universul de discurs. Tabelul 7.3 reprezintă variabila de control normalizată ΔU care este definită prin șapte valori lingvistice. Aceste valori numerice reprezintă

Tabelul 7.3

$\begin{matrix} \Delta U \\ C_i \end{matrix}$	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
$C_1 PB$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.1	0.4	0.8	1
$C_2 PM$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.2	0.7	1	0.7	0.2	0
$C_3 PS$	0	0	0	0	0	0	0	0.4	1	0.8	0.4	0.1	0	0	0
$C_4 Z$	0	0	0	0	0	0	0.5	1	0.5	0	0	0	0	0	0
$C_5 NS$	0	0	0	0.1	0.4	0.8	1	0.4	0	0	0	0	0	0	0
$C_6 NM$	0	0.2	0.7	1	0.7	0.2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$C_7 NB$	1	0.8	0.4	0.1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

funcții analoage celor din fig. 7.3. Deci normalizarea înseamnă realizarea situației din fig. 7.3.

7.6. FACTORI DE SCARA

Factorii de scara joaca un rol similar coeficienților din relațiile (7.1) ÷ (7.3).

De exemplu, un controler fuzzy de tip PI poate fi reprezentat astfel:

$$K_u \cdot \Delta u(k) = f(K_e \cdot e(k), K_\Delta \cdot \Delta e(k)) \quad (7.22)$$

unde K_e , K_Δ si K_u sunt factori de scara pentru e , Δe si Δu respectiv, iar f este o funcție neliniară.

7.7. MOTORUL DE INFERENTA (rationament)

Interpretarea așa-numitei *propoziție fuzzy atomică* “ E este NB” se face prin mulțimea fuzzy $\tilde{NB}$ sau prin funcția de apartenență μ_{NB} , definită pe domeniul fizic normalizat $E = [-6, 6]$ a variabilei fizice “eroare” (fig. 7.3).

Semnificația expresiei simbolice “ E este NB” ne indica gradul în care aceasta propoziție este satisfăcută pentru o valoare precizată a erorii:

a)- O valoare exactă este atribuită simbolului E . Aceasta se numește *asignarea variabilei (A)*, de ex., $A(E) = -5 \in [-6, 6]$.

b)- Gradul de apartenență a lui -5 la μ_{NB} (fig. 7.3) este: $\mu_{NB}(-5) = 0.5$. Acest grad de apartenență reprezintă gradul în care propoziția atomică “ E este NB” este satisfăcută în aceste circumstanțe particulare.

Pe baza propozițiilor fuzzy atomice si a conectivelor lingvistice “si”, “sau”, “nu” se pot forma *propoziții fuzzy compuse*, de ex., X este A si X este B; X este nu A.

Uzual, regula (7.7) este compusă si anume de tipul “cu antecedent multiplu conjunctiv”, adică:

$$\text{daca } x \text{ este } \tilde{A}^1 \text{ si } \tilde{A}^2 \text{ si } \dots \text{ si } \tilde{A}^L \text{ atunci } y \text{ este } \tilde{B}^s. \quad (7.23)$$

Presupunând o noua mulțime fuzzy $\tilde{A}^s = \tilde{A}^1 \cap \tilde{A}^2 \cap \dots \cap \tilde{A}^L$, exprimată prin funcția de

$$\text{apartenență } \mu_{\tilde{A}^s}(x) = \min[\mu_{\tilde{A}^1}(x), \mu_{\tilde{A}^2}(x), \dots, \mu_{\tilde{A}^L}(x)], \quad (7.24)$$

obținută utilizând definiția intersecției fuzzy (4.2), regula compusă inițială poate fi rescrisă

$$\text{daca } x \text{ este } \tilde{A}^s \text{ atunci } y \text{ este } \tilde{B}^s \quad (7.25)$$

Semnificația **regulii fuzzy if-then** “daca X este A, atunci Y este B” este reprezentată ca o relație fuzzy definită pe $X \times Y$, unde X si Y sunt domeniile variabilelor lingvistice X si Y . Construcția acestor relații fuzzy se face astfel:

a)- semnificația *regulii antecedent* “ X este A” este dată de mulțimea fuzzy $\tilde{A} = \int_X \mu_A(x)/x$;

b)- semnificația *regulii consecință* “ Y este B” este dată de mulțimea fuzzy $\tilde{B} = \int_Y \mu_B(y)/y$;

c)- semnificația *regulii fuzzy if-then* este o relație fuzzy μ_R astfel ca

$$\forall x \in X, \forall y \in Y: \mu_R(x, y) = \mu_A(x) * \mu_B(y) \quad (7.26)$$

unde “*” este un operator fuzzy.

Când regulile *antecedent* sau *consecință* sunt propoziții fuzzy compuse, atunci mai întâi se determină funcțiile de apartenență corespunzătoare fiecărei propoziții compuse. În final, operatorul “*” se aplică funcțiilor de apartenență astfel determinate.

Sa considerăm două propoziții fuzzy p : E este NB; q : ΔE este PS, semnificația lor fiind:

$$\tilde{NB} = \int_e \mu_{NB}(e)/e; \quad \tilde{PS} = \int_{\Delta e} \mu_{PS}(\Delta e)/\Delta e$$

Semnificația lui “si” în propoziția r : E este NB si ΔE este PS este reprezentată de o relație fuzzy definită pe $\mathcal{E} \times \Delta \mathcal{E}$:

$$\mu_r(e, \Delta e) = \int_{e \times \Delta e} \min(\mu_{NB}(e), \mu_{PS}(\Delta e)) / (e, \Delta e)$$

În **raționamentul aproximativ** regula de inferență *compositională* este de importanță majoră. Aceasta utilizează o relație fuzzy pentru a reprezenta legătura dintre două propoziții fuzzy.

Forma sa simbolică generală este: *daca* S_1 este P *si* $S_1 \tilde{R} S_2$, *atunci* S_2 este Q, (7.27)

unde S_1 si S_2 sunt nume simbolice pentru variabile, P si Q sunt proprietăți ale variabilelor

definite de mulțimile fuzzy $\tilde{P}$ și $\tilde{Q}$ (reprezentând semnificația lui P și Q), “ $S_1 \tilde{R} S_2$ ” se citește “ S_1 este în relația $\tilde{R}$ cu S_2 ” și semnificația ei este reprezentată de relația fuzzy μ_R ; $\tilde{P}$ este definită pe X și $\tilde{R}$ pe $X \times Y$.

În [9] se propune ca interpretarea regulii (7.27) să fie:

$$\tilde{Q} = \text{proj}(\tilde{P} \circ \tilde{R}) \text{ pe } Y, \text{ adică } \mu_Q(y) = \max_x \min(\mu_P(x), \mu_R(x, y)). \quad (7.28)$$

Exemplu

Pe domeniul discret $X = Y = \{1, 2, 3, 4\}$ considerăm P = “mic”, cu $\mu_P = 1/1 + 0.6/2 + 0.2/3$ și R = “aproximativ egal”, fiind o relație binară cu $\mu_R = 1/((1, 1) + (2, 2) + (3, 3) + (4, 4)) + 0.5/((1, 2) + (2, 3) + (3, 4))$.

$$\tilde{Q} = \tilde{P} \circ \tilde{R} = (1 \quad 0.6 \quad 0.2 \quad 0) \circ \begin{pmatrix} 1 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0.5 & 1 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 & 1 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0.5 & 1 \end{pmatrix} = (1 \quad 0.6 \quad 0.5 \quad 0.2),$$

unde s-a utilizat *regula practică* din relația (4.30). Rezultatul este mulțimea fuzzy

$$\mu_Q = 1/1 + 0.6/2 + 0.5/3 + 0.2/4,$$

care desemnează expresia lingvistică “aproximativ mic”.

Există un număr de relații care se pot utiliza pentru a reprezenta semnificația lui “dacă X este A , atunci Y este B ”, și anume $\tilde{B} = \tilde{A} \circ \tilde{R}$. (7.29)

Pentru controlul fuzzy, cea mai utilizată este așa numita **implicația Mamdani**

$$\tilde{R} = \text{ce}(\tilde{A}) \cap \text{ce}(\tilde{B}), \text{ adică } \mu_R(x, y) = \min(\mu_A(x), \mu_B(y)). \quad (7.30)$$

De exemplu, dacă

$$\tilde{A} = 0.1/x_1 + 0.4/x_2 + 0.7/x_3 + 1/x_4$$

si $\tilde{B} = 0.2/y_1 + 0.5/y_2 + 0.9/y_3$,

$$R =$$

	y_1	y_2	y_3
x_1	0.1	0.1	0.1
x_2	0.2	0.4	0.4
x_3	0.2	0.5	0.7
x_4	0.2	0.5	0.9

În [2] se demonstrează că în cazul folosirii implicației Mamdani pentru interpretarea semnificației unei reguli, de ex.: dacă e este PM , atunci u este NS , (7.31)

pentru o valoare exactă e^* este (fig. 7.10):

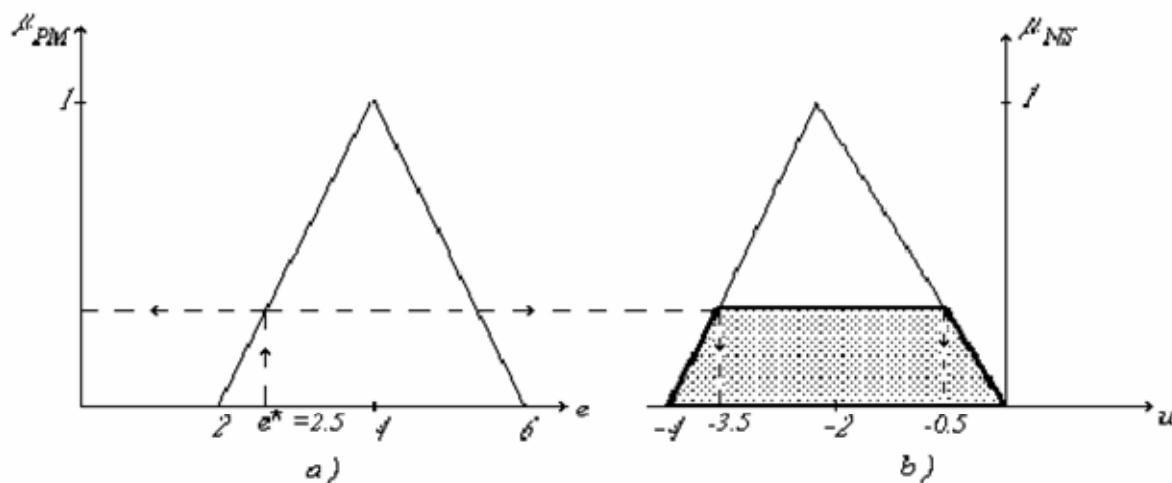


Fig. 7.10. Implicația Mamdani

$$\forall u : \mu_{CNS}(u) = \int_E \mu^*(e) / e \circ \int_{EXU} \mu_R(e, u) / (e, u) = \int_U \min(\mu_{LE}(e^*), \mu_{LU}(u)) / u = \int_U \mu_{CLU}(u) / u, \quad (7.32)$$

unde :

- figura 7.10.a ne arata ca gradul de adevar al afirmatiei „ $e^*=2.5$ este PM ” este de 25%. Aceasta inseamna ca consecinta este adevarata in acelasi procentaj, multimea fuzzy NS trebuind sa fie *retezata* cu gradul antecedentului (= 0.25). Adica consecinta este adevarata in aceeași masura ca si antecedentul. Daca $e^*=4$, atunci procentajul de mai sus devine 100%, dupa cum era de asteptat.

- linia groasa în figura 7.10 b reprezintă multimea fuzzy “retezată” CNS ; fiecare abscisa u are gradul fuzzy dat de ordonata corespunzătoare; deci gradele fuzzy maxime le are $u \in [-3.5; -0.5]$; u trebuie fixat la o valoare $u \in [-3.5; -0.5]$, dar gradul de precizie al acestei indicatii este mic (25%).

- $\mu^*(e)$ este funcția de apartenență obținută după fuzzificarea intrării crisp e^* :

$$\forall e: \mu^*(e) = \begin{cases} 1, & \text{daca } e = e^* \\ 0, & \text{in caz contrar} \end{cases}, \quad (7.33)$$

si se numește SINGLETON FUZZY.

Procesul descris de (7.32) se numește “firing” (prelucrare).

Acum vom considera cazul regulilor multiple, cu intrare crisp, fiecare regula fiind reprezentata astfel : *daca e este $LE^{(k)}$ atunci u este $LU^{(k)}$* , $k = 1, 2, \dots, n$, (7.34)

unde “ e este $LE^{(k)}$ ” este interpretata așa: $\tilde{L}\tilde{E}^{(k)} = \int_E \mu_{LE^{(k)}}(e) / e$,

si “ u este $LU^{(k)}$ ” este interpretata așa: $\tilde{L}\tilde{U}^{(k)} = \int_U \mu_{LU^{(k)}}(u) / u$.

Interpretarea Mamdani a regulii (7.34) este: $\forall k: \tilde{R}^{(k)} = \int_{E \times U} \min(\mu_{LE^{(k)}}(e), \mu_{LU^{(k)}}(u)) / (e, u)$ (7.35)

si semnificația **întregii mulțimi de reguli** se definește astfel : $\tilde{R} = \bigcup_{k=1}^n \tilde{R}^{(k)}$, (7.36)

care înseamnă ca: $\forall e, u: \mu_{\tilde{R}}(e, u) = \max_k \mu_{\tilde{R}^{(k)}}(e, u) = \max_k \min(\mu_{LE^{(k)}}(e), \mu_{LU^{(k)}}(u))$. (7.37)

în acord cu (7.32), firing-ul setului de reguli se exprima astfel:

$$\tilde{U} = \mu^* \circ \tilde{R}, \text{ i.e., } \forall u: \mu_U(u) = \max_k \min(\mu_{LE^{(k)}}(e^*), \mu_{LU^{(k)}}(u)); \quad (7.38)$$

aceasta relație se numește *inferența compozițională de baza*.

Daca raționamentul se face separat pentru fiecare regula, rezultatul va fi n mulțimi fuzzy retezate $CLU^{(1)}, \dots, CLU^{(n)}$, una pentru fiecare regula, unde:

$$\forall u, \forall k: \mu_{CLU^{(k)}}(u) = \min(\mu_{LE^{(k)}}(e^*), \mu_{LU^{(k)}}(u)) \quad (7.39)$$

aceasta relație este numita *inferența de baza a regulii individuale*. Daca se aplica reuniunea

$$\text{tuturor ieșirilor (cu regula maximului): } \tilde{U} = \bigcup_{k=1}^n \tilde{C}\tilde{L}\tilde{U}^{(k)}, \quad (7.40)$$

atunci se obține același rezultat ca în (7.38).

Deci, în *inferența compozițională de baza* mai întâi se combina toate regulile în $\tilde{R}$ si apoi se prelucrează cu intrarea fuzzy μ^* (prin operația de compoziție), iar în *inferența de baza a regulii individuale* mai întâi se prelucrează fiecare regula individuala cu intrarea crisp e^* , obținându-se n mulțimi fuzzy retezate, care apoi se combina într-o mulțime fuzzy generala. Aceste doua metode sunt echivalente pentru inferența de tip Mamdani.

Uzual, se prefera al doilea tip de inferență, fiind foarte eficienta computațional. Deci, principala abordare în inferența este *inferența de baza a regulii individua*. sarcina acestui tip de inferență este de a calcula valoarea generala a ieșirii de control, pe baza contribuțiilor individuale ale fiecărei reguli în baza de reguli. Fiecare asemenea contribuție individuala reprezintă valoare ieșirii de control calculata ca o singura regula. Ieșirea din modulul de fuzzificare, reprezentând valori curente (exacte) ale variabilelor de stare ale procesului, se compara cu fiecare regula antecedent, stabilindu-se gradul de potrivire a fiecărei reguli. Acest grad de potrivire reprezintă gradul de satisfacere a propoziției fuzzy.

Modul de lucru pentru un controler fuzzy de tip PI este:

- Expresia simbolica a regulii k este:

if E is $LE^{(k)}_{n-m}$ and ΔE is $L\Delta E^{(k)}_{n-m}$, then ΔU is $L\Delta U^{(k)}_{n-m}$, ($k = 1, 2, \dots, n$). (7.41)

unde $LE^{(k)}$, $L\Delta E^{(k)}$, si $L\Delta U^{(k)}$ sunt valori lingvistice din multimile E , $L\Delta E$, and $L\Delta U$, respectiv.

Semnificatia acestor valori lingvistice este reprezentata prin functiile de apartenenta, sau multimile fuzzy $\mu_{LE(k)}$, $\mu_{L\Delta E(k)}$ si $\mu_{L\Delta U(k)}$.

Semnificatia regulii de mai sus, in sensul implicatiei de tip Mamdani, este data de relatia fuzzy

$R^{(k)}: \forall e, \Delta e, \Delta u: \mu_{R(k)}(e, \Delta e, \Delta u) = \min(\mu_{LE(k)}(e), \mu_{L\Delta E(k)}(\Delta e), \mu_{L\Delta U(k)}(\Delta u)).$ (7.42)

Semnificatia intregului set de reguli este reuniunea semnificatiilor regulilor individuale $\mu_{R(k)}$, ($k = 1, 2, \dots, n$). Ca urmare, relatia fuzzy reprezentand the set de reguli este:

$$\forall e, \Delta e, \Delta u: \mu_R(e, \Delta e, \Delta u) = \max(\mu_{R(1)}, \dots, \mu_{R(n)}), \quad (7.43)$$

unde fiecare $\mu_{R(k)}$ este definit de (7.42).

- Se fuzifica intrarile exacte e^* - ca in (7.33) - si Δe^* (analog).

- μ_E^* si $\mu_{\Delta E}^*$ se combina intr-o functie de apartenenta μ_{ant} , reprezentand semnificatia regulii antecedent: $\forall e, \Delta: \mu_{ant}(e, \Delta e) = \min(\mu_E^*(e), \mu_{\Delta E}^*(\Delta e)).$ (7.44)

- Analog cu (7.39) calculam:

$$\forall \Delta u, \forall k: \mu_{CL\Delta U(k)}(\Delta u) = \min(\mu_{ant(k)}(e, \Delta e), \mu_{L\Delta U}(\Delta u)). \quad (7.45)$$

- Formula finala pentru iesirea din control:

$$\forall \Delta u: \mu_{\Delta U}(\Delta u) = \max(\mu_{CL\Delta U(1)}, \dots, \mu_{CL\Delta U(n)}). \quad (7.46)$$